成城大学　2026年度　学部別選抜（A方式）
2月4日：数学

■解答例

〈注意事項〉
ここに掲載するのは解答の一例であり、その他に別解がある場合があります。

[**1**]　(**1**)

$$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\frac{q\overrightarrow{\mathrm{AB}}+p\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{p+q}$$

(**2**)

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\frac{n\overrightarrow{\mathrm{AC}}+m\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{m+n}=\frac{n(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}})+m\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{m+n}=\frac{n\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(m+n)\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{m+n}$$

(**3**) A，E，F は一直線上にあることから，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=k\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ となる実数 k が存在する。(**1**) と (**2**) から，これは

$$\frac{q\overrightarrow{\mathrm{AB}}+p\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{p+q}=k\frac{n\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(m+n)\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{m+n}$$

となるが，$r=k\cdot\dfrac{p+q}{m+n}$ とおくと，これは

$$q\overrightarrow{\mathrm{AB}}+p\overrightarrow{\mathrm{AD}}=r\bigl(n\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(m+n)\overrightarrow{\mathrm{AD}}\bigr)$$

と書ける。これを整理すれば,

$$(q-nr)\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(p-r(m+n))\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{0}$$

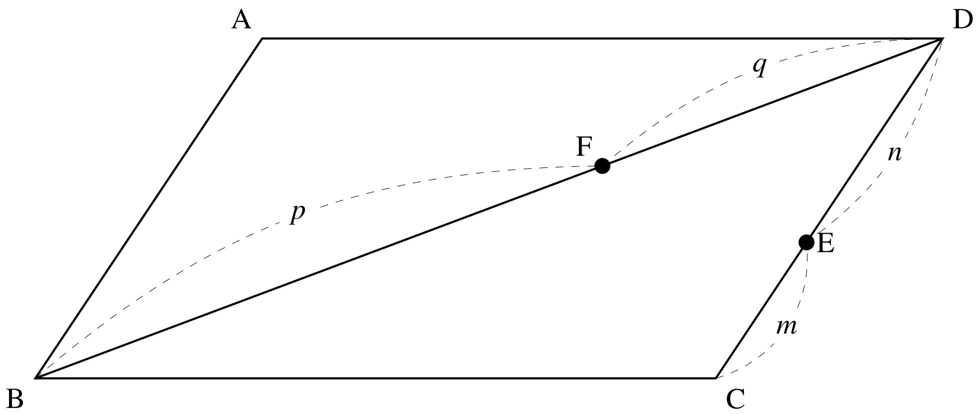
ABCD は平行四辺形であるから，これは

$$q-nr=0\quad \text{かつ}\quad p-r(m+n)=0$$

を意味する。これらから r を消去すると,

$$\frac{q}{n}=\frac{p}{m+n}\quad\Rightarrow\quad m=\frac{n(p-q)}{q}$$

が得られる。



[**2**]　(**1**) 与えられた不等式を変形すると,

$$(3^x)^2-25\cdot 3^x-54>0$$

ここで $3^x=t$ とおくと，$t^2-25t-54>0$，したがって $(t-27)(t+2)>0$ となるから，$t<-2, 27<t$ を得るが，$t=3^x>0$ より $27<t$。したがって，$3^3<3^x$ から $3<x$ が得られる。

(**2**) 与えられた不等式を変形すると，

$$3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}+8\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x}-3<0$$

ここで $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=t$ とおくと，$3t^2+8t-3<0$，したがって $(3t-1)(t+3)<0$ となるから，$-3<t<\frac{1}{3}$ を得るが，$t=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}>0$ より $0<t<\frac{1}{3}$。したがって，

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x}<\frac{1}{3}\quad\Rightarrow\quad 1<x$$

(**3**) 与えられた不等式は

$$\begin{aligned}&2(\log_2 x)^2+3(\log_2 x-\log_2 8)<0\\&2(\log_2 x)^2+3\log_2 x-9<0\\&(\log_2 x+3)(2\log_2 x-3)<0\end{aligned}$$

と変形できる。よって，

$$-3<\log_2 x<\frac{3}{2}\quad\Rightarrow\quad 2^{-3}<x<2^{\frac{3}{2}}$$

すなわち，$\frac{1}{8}<x<2\sqrt{2}$ が得られる。

[**3**]　(**1**) $2p$，0，$2q$，6 のように，2 つの 2 を区別する。可能な (a,b) の組は，

$$(0,2p),(0,2q),(0,6),(2p,2q),(2p,6),(2q,6)(2p,0),(2q,0),(6,0),(2q,2p),(6,2p),(6,2q)$$

の 12 通りある。このうち，条件を満たすのは，

$$(a,b)=(2p,6),\ (2q,6),\ (6,2p),\ (6,2q)$$

であるから，求める確率は $\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$ である。

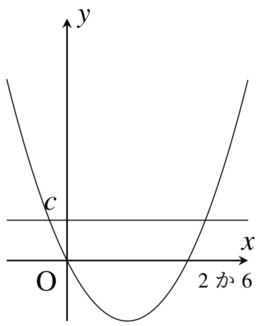
(**2**) 放物線 $y=(x-a)(x-b)$ と直線 $y=c$ の交点が 2 つとも $x>0$ であればよい。次のように場合分けして考える。

(i) $a=0$ または $b=0$ のとき，下図 (i) のようになるため，必ず 1 つの解は負であり，不適である。

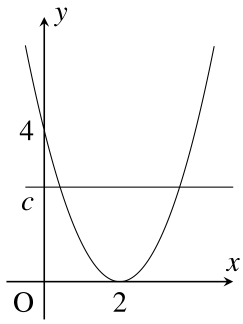
(ii) $(a,b)=(2p,2q),\ (2q,2p)$ のとき，下図 (ii) のようになるため，c $=1,2,3$ であれば条件を満たす。

(iii) $(a,b)=(2p,6),\ (2q,6),\ (6,2p),\ (6,2q)$ のとき，下図 (iii) のようになるため，c は 1 から 6 までのどれでも条件を満たす。

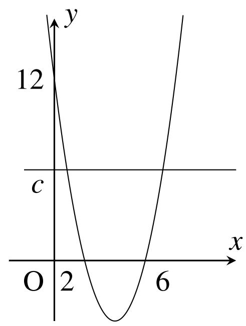
よって，求める確率は，$\dfrac{6}{12}\times 0+\dfrac{2}{12}\times\dfrac{3}{6}+\dfrac{4}{12}\times\dfrac{6}{6}=\dfrac{5}{12}$



(i)



(ii)



(iii)

【別解】所与の 2 次方程式を $x^2-(a+b)x+ab-c=0$ と書き直すと，その解は，解の公式より，

$$x=\frac{(a+b)\pm\sqrt{(a+b)^2-4(ab-c)}}{2}=\frac{(a+b)\pm\sqrt{(a-b)^2+4c}}{2}$$

$c>0$ より，根号の中身（判別式）は常に正となるから，上の 2 次方程式には常に 2 つの解が存在し，1 つの解 $\dfrac{(a+b)+\sqrt{(a-b)^2+4c}}{2}$ は必ず正である。よって，本問では，もう 1 つの解

$$\frac{(a+b)-\sqrt{(a-b)^2+4c}}{2}$$

が正となる条件を求めればよい。すなわち，

$$(a+b)>\sqrt{(a-b)^2+4c}$$

両辺とも正より $(a+b)^2 > (a-b)^2+4c$ から $4ab > 4c$，つまり $ab > c$ が求める条件である．これを満たすのは，

- $(a,b)=(2,2)$ のとき，$c=1,2,3$
- $(a,b)=(2,6),(6,2)$ のとき，$c=1,2,3,4,5,6$

よって，

$$\frac{2}{12}\times\frac{3}{6}+\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$$

となる。

(**3**) 異なる 2 つの正の解をもち，かつ a または b が 6 の確率は，(**2**) の (iii) の場合であるから $\frac{1}{3}$ である。よって，求める条件付き確率は

$$\frac{1}{3}\div\frac{5}{12}=\frac{4}{5}$$

■出題意図

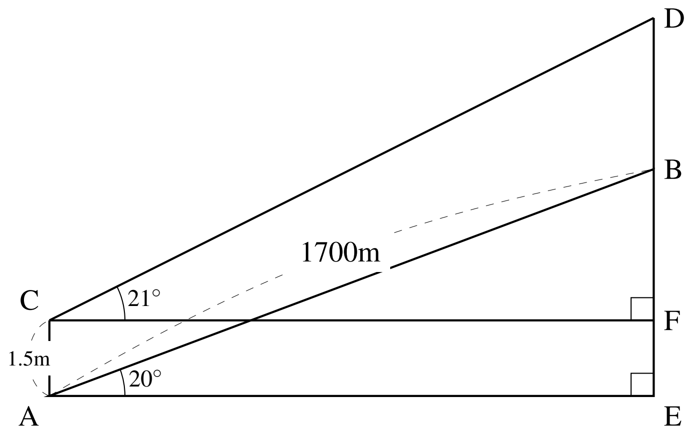
問題番号	出題の意図
1	ベクトルと図形の基本的な演算と公式の理解を問う問題である。(1)と(2)は、基本的な公式の演算で、(3)は、教科書にある公式の解説を理解していれば解答できる問題である。
2	指数及び対数の理解を問う問題である。(1)と(2)は、指数を含む方程式の問題である。(3)は、対数を含む方程式の問題である。いずれも指数及び対数に関する基本的な内容を理解していれば解答することができる。
3	確率及　び 2 次方程式の理解を問う問題である。(1)は、基本的な確率の問題である。(2)は、左辺を放物線、右辺を直線の式と捉え、それらの交点について図を描いて考えるといった柔軟な発想があると解きやすい。(3)は、条件付き確率の公式によって解答できる。

成城大学　2026年度　学部別選抜（A方式）
2月5日：数学

■解答例

〈注意事項〉
ここに掲載するのは解答の一例であり、その他に別解がある場合があります。

[**1**] P さんの目の位置を C，塔の先端を D として，与えられた状況を図に描くと，



となる.

(**1**) P さんが地点 A から地点 B に水平方向に進んだことになる距離 AE は,

$$\mathrm{AE} = 1700 \times \cos 20^\circ = 1700 \times 0.9397 = 1597.49$$

【答】1597.5 m

(**2**) P さんが地点 A から地点 B に鉛直方向に上がったことになる距離 BE は,

$$\mathrm{BE} = 1700 \times \sin 20^\circ = 1700 \times 0.3420 = 581.40$$

【答】581.4 m

(**3**) 塔の先端 D と地点 A の P さんの目の位置 C との鉛直方向の距離 DF は，CF = AE だから，(**1**) より

$$\mathrm{DF} = \mathrm{CF} \times \tan 21^\circ = 1597.5 \times 0.3839 = 613.28 \fallingdotseq 613.3$$

したがって， 塔の高さ BD は，(**2**) を用いて

$$\mathrm{BD} = \mathrm{DE} - \mathrm{BE} = \mathrm{DF} + \mathrm{EF} - \mathrm{BE} = 613.3 + 1.5 - 581.4 = 33.4$$

【答】33.4 m

[**2**] $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$ より，

$$|x^2-x-2|=\begin{cases}-(x^2-x-2) & -1\leqq x\leqq 2 \text{ のとき}\\ x^2-x-2 & x<-1,\ x>2 \text{ のとき}\end{cases}$$

a は正の定数だから，次のように場合分けする。

(i) $0<a\leqq 2$ のとき

$$S(a)=\int_0^a -(x^2-x-2)\,dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x\right]_0^a=-\frac{1}{3}a^3+\frac{1}{2}a^2+2a$$

(ii) $a>2$ のとき

$$S(a)=\int_0^2 -(x^2-x-2)\,dx+\int_2^a (x^2-x-2)\,dx$$
$$=\frac{10}{3}+\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x\right]_2^a=\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}a^2-2a+\frac{20}{3}$$

まとめると，

$$S(a)=\begin{cases}-\dfrac{1}{3}a^3+\dfrac{1}{2}a^2+2a & 0\leqq a\leqq 2 \text{ のとき}\\ \dfrac{1}{3}a^3-\dfrac{1}{2}a^2-2a+\dfrac{20}{3} & a>2 \text{ のとき}\end{cases}$$

[**3**]　(**1**) 初項 4，公差 −7 の等差数列であるから，

$$a_n = 4 + (n-1)(-7) = -7n + 11$$

(**2**) 与えられた漸化式より，すべての自然数 k について

$$b_{k+1} - b_k = 2k - 2$$

が成り立つ。よって，数列 $\{b_n\}$ の階差数列の第 k 項が $2k-2$ であることから，$n \geqq 2$ のとき

$$\begin{aligned} b_n &= b_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(2k-2) = 5 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k - \sum_{k=1}^{n-1} 2 \\ &= 5 + n(n-1) - 2(n-1) = n^2 - 3n + 7 \end{aligned}$$

$b_1 = 5$ であるから，$b_n = n^2 - 3n + 7$ は $n = 1$ のときも成り立つ.

(**3**) 与えられた漸化式は

$$c_{n+1} - 1 = 4(c_n - 1)$$

と変形される．ここで $e_n = c_n - 1$ とおくと

$$e_{n+1} = 4e_n, \quad e_1 = c_1 - 1 = 1$$

となり，数列 $\{e_n\}$ は初項 1，公比 4 の等比数列であるから

$$e_n = 4^{n-1}$$

であり，したがって

$$c_n = 4^{n-1} + 1$$

(**4**) 第 4 項まで計算すると，

$$d_2 = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}, \quad d_3 = 2 - \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{5}, \quad d_4 = 2 - \frac{1}{\frac{7}{5}} = \frac{9}{7}$$

となることから，一般項は

$$d_n = \frac{2n+1}{2n-1} \tag{$*$}$$

と見当がつく。この推測が正しいことを，数学的帰納法を用いて証明する。

[1] $n = 1$ のとき　$(*)$ の左辺は

$$\frac{2 \cdot 1 + 1}{2 \cdot 1 - 1} = 3$$

となり，$d_1 = 3$ と一致する。よって，$n = 1$ のとき，$(*)$ は成立する。

[2] $n = k$ のとき $(*)$ が成立すると仮定する。すなわち，

$$d_k = \frac{2k+1}{2k-1} \tag{$**$}$$

と仮定する。与えられた漸化式より，

$$d_{k+1} = 2 - \frac{1}{d_k}$$

が成り立つが，この右辺の d_k に $(**)$ を代入すると，

$$d_{k+1} = 2 - \frac{1}{\dfrac{2k+1}{2k-1}} = 2 - \frac{2k-1}{2k+1} = \frac{2k+3}{2k+1} = \frac{2(k+1)+1}{2(k+1)-1}$$

よって，$n = k+1$ のときにも $(*)$ は成立する。

[1]，[2] から，すべての自然数 n について $(*)$ は成立する。したがって，求める一般項は

$$d_n = \frac{2n+1}{2n-1}$$

【別解】与えられた漸化式を変形すると，

$$d_{n+1} - 1 = \frac{d_n - 1}{d_n}$$

逆数をとると，

$$\frac{1}{d_{n+1}-1} = \frac{d_n}{d_n - 1} = \frac{1}{d_n - 1} + 1$$

よって，数列 $\left\{\dfrac{1}{d_n - 1}\right\}$ は初項 $\dfrac{1}{2}$，公差 1 の等差数列であるから，

$$\frac{1}{d_n - 1} = \frac{1}{2} + (n-1) = \frac{2n-1}{2}$$

ゆえに，一般項 d_n は

$$d_n = \frac{2n+1}{2n-1}$$

■出題意図

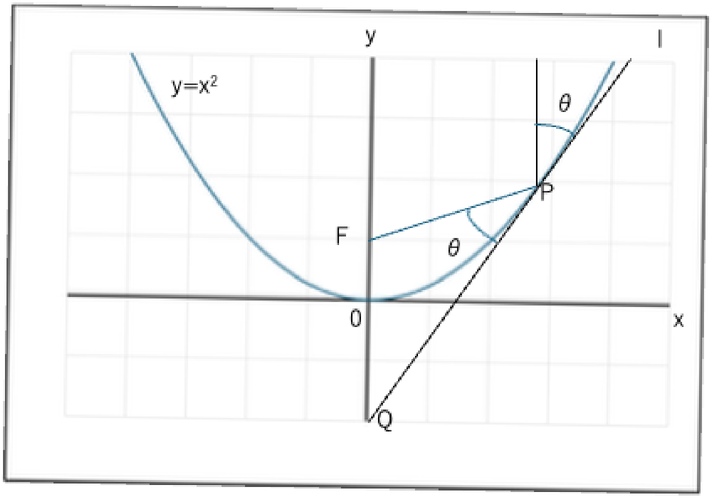
問題番号	出題の意図
1	三角比の基本的な理解を問う問題である。(1)は余弦、(2)は正弦に関する基本的な問題である。(3)は三角比の利用方法について正しく理解し、正確に作図できれば解答可能な問題である。
2	絶対値と二次関数の積分に関する理解を問う問題である。絶対値を含んで表される二次関数と定積分の意味に関する基本的な内容を理解していれば解答することができる。
3	数列に関する基本的な理解を問う問題である。(1)は、等差数列、(2)・(3) は、それぞれ階差数列・等比数列の漸化式、(4)は、数学的帰納法に関する問題であり、基本的な公式や解法の適用で解答可能な問題である。

成城大学　2026年度　学部別選抜（A方式）
2月6日：数学

■解答例

〈注意事項〉
ここに掲載するのは解答の一例であり、その他に別解がある場合があります。

[1]



接線 ℓ の方程式は,

$$y-a^2=2a(x-a)$$

すなわち,

$$y=2ax-a^2$$

と書ける。よって点 Q の座標は $(0,-a^2)$ である。

y 軸と平行な直線と ℓ のなす角 θ は $\angle\mathrm{FQP}$ と同位角だから, $\angle\mathrm{FQP}=\theta$ である。したがって, $\angle\mathrm{FQP}=\angle\mathrm{FPQ}$ となり, $\triangle\mathrm{FPQ}$ は二等辺三角形であるから, $\mathrm{QF}=\mathrm{FP}$ である。

点 F の座標を $(0,f)$ と置くと,

$$\mathrm{QF}^2=(f-(-a^2))^2=a^4+2a^2f+f^2$$
$$\mathrm{FP}^2=a^2+(a^2-f)^2=a^2+a^4-2a^2f+f^2$$

である。$\mathrm{QF}^2=\mathrm{FP}^2$ から $f=\dfrac{1}{4}$, すなわち, 点 F の座標は $\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$ である。

【別解】$\triangle\mathrm{FPQ}$ は二等辺三角形であるから, PQ の中点 $\left(\dfrac{a}{2},0\right)$ を通り, 直線 ℓ と垂直な直線と y 軸の交点が F となる。その直線の式は, $y=-\dfrac{1}{2a}\left(x-\dfrac{a}{2}\right)=-\dfrac{1}{2a}x+\dfrac{1}{4}$ であるから, 点 F の座標は $\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$ である。

[**2**]　(**1**) 対数の計算を行う。

$$\log_{10}5 = 1 - \log_{10}2 = 1 - 0.3010 = 0.6990$$

$$\begin{aligned}\log_{10}364 &= \log_{10}(2^2 \times 7 \times 13) = 2\log_{10}2 + \log_{10}7 + \log_{10}13 \\ &= 2 \times 0.3010 + 0.8451 + 1.1139 = 2.5610\end{aligned}$$

$$\log_{10}365 = \log_{10}(5 \times 73) = \log_{10}5 + \log_{10}73 = 0.6990 + 1.8633 = 2.5623$$

(**2**) 集団の中の一人の誕生日が 2 月 6 日である確率は $\dfrac{1}{365}$ であるので，それ以外の誕生日である確率は $1 - \dfrac{1}{365} = \dfrac{364}{365}$ である。集団は m 人いて，誕生日は全員独立と考えられるので，誕生日が 2 月 6 日の人が集団にいない確率は

$$\left(\frac{364}{365}\right)^m$$

である。したがって，求める確率 p は，その余事象の確率であるので

$$p = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^m$$

(**3**) p が 0.95 より大きいとすると，(**2**) より

$$\begin{aligned} p = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^m &\geqq 0.95 \\ \left(\frac{364}{365}\right)^m &\leqq 0.05 \end{aligned}$$

両辺の常用対数をとり m について解くと，

$$\begin{aligned} \log_{10}\left(\frac{364}{365}\right)^m &\leqq \log_{10}0.05 \\ m \cdot (\log_{10}364 - \log_{10}365) &\leqq -2.0000 + \log_{10}5 \end{aligned}$$

(1) より

$$\begin{aligned} m \cdot (2.5610 - 2.5623) &\leqq -2.0000 + 0.6990 \\ m \cdot (-0.0013) &\leqq -1.3010 \\ m &\geqq \frac{1.3010}{0.00130} \\ m &\geqq 1000.76 \end{aligned}$$

m は 100 の倍数であるので，これより $m = 1100$ である。

[**3**]　(**1**)

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(s+1-t,\ -s+2-t,\ s+3-t),\quad \overrightarrow{\mathrm{BC}}=(1,-1,1)$$

よって,

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(s+1-t)-(-s+2-t)+(s+3-t)=3s-t+2$$

(**2**) 点 H の座標を $(h+1,-h+2,h+3)$ とおくと，$\overrightarrow{\mathrm{PH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$ であるから，(**1**) より

$$3h-t+2=0 \quad\Rightarrow\quad h=\frac{t-2}{3}$$

このとき，H の座標は

$$\left(\frac{t-2}{3}+1,\ -\frac{t-2}{3}+2,\ \frac{t-2}{3}+3\right)=\left(\frac{t+1}{3},\ \frac{8-t}{3},\ \frac{7+t}{3}\right)$$

よって,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{PH}}=\overrightarrow{\mathrm{OH}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}&=\left(\frac{t+1}{3}-t,\ \frac{8-t}{3}-t,\ \frac{7+t}{3}-t\right)\\&=\left(\frac{1-2t}{3},\ \frac{8-4t}{3},\ \frac{7-2t}{3}\right)\end{aligned}$$

(**3**) 点 P と直線 ℓ_2 の距離は $\overrightarrow{\mathrm{PH}}$ の大きさに等しいから，(**2**) より，求める距離は

$$|\overrightarrow{\mathrm{PH}}|=\sqrt{\left(\frac{1-2t}{3}\right)^2+\left(\frac{8-4t}{3}\right)^2+\left(\frac{7-2t}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}\sqrt{24t^2-96t+114}$$

となる。

(**4**) 距離が最小となるのは，(**3**) の平方根の中が最小となるときであるから,

$$f(t)=24t^2-96t+114$$

を最小にする t を求めればよい。平方完成より,

$$f(t)=24\left(t^2-4t+\frac{19}{4}\right)=24\left((t-2)^2+\frac{3}{4}\right)$$

よって最小値は $t=2$ のときで，最小距離は

$$|\overrightarrow{\mathrm{PH}}|=\frac{1}{3}\sqrt{24\cdot\frac{3}{4}}=\frac{1}{3}\sqrt{18}=\sqrt{2}$$

■出題意図

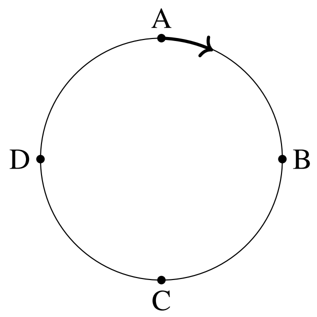
問題番号	出題の意図
1	二次関数の接線を含む、座標平面内の複数の直線が作る図形の理解を問う問題である。題意を理解して図を描くことができれば解答は容易である。二次関数(放物線)の接線の方程式を求め、平行線と直線がなす角度同士の関係(同位角)を利用する。
2	対数の計算法の基本と確率に関するべき乗計算への対数の応用を問う問題である。(1)は、対数の基本的な計算法を確認する問題である。(2)は、誕生日という日常生活に対する確率の応用問題である。(3)は、(2)で立式した確率の数式の具体的な数値を対数計算を応用することで求める問題である。具体的には、大きなべき乗を含む不等式を対数を用いて値を見積もる。
3	空間内の2直線に関するベクトルの内積、垂線条件及び距離公式を用いて、空間図形をベクトルで処理する力を測る問題である。さらに、二次関数をもとに、2点間距離の最小値を求める力も評価する。

成城大学　2026年度　学部別選抜（A方式）
2月7日：数学

■解答例

〈注意事項〉
ここに掲載するのは解答の一例であり、その他に別解がある場合があります。

[**1**]



(1) 白玉が出る回数を m，赤玉が出る回数を n とすると，ちょうど 1 周してゴールするためには，$2m+n=4$,（$0 \leqq m \leqq 2$, $0 \leqq n \leqq 4$）が必要である。これを満たす (m,n) の組は $(0,4)$，$(1,2)$，$(2,0)$ の 3 つであり，対応する事象は互いに排反である。試行 1 回につき，白玉が出る確率は $\dfrac{2}{3}$，赤玉が出る確率は $\dfrac{1}{3}$ であるから，求める確率は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 + {}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{55}{81}$$

【別解】余事象を考える。ちょうど 1 周でゴールしないのは，1 周目に D で止まり，かつ次に白玉が出る場合である。1 周目に A から D に進むのは，$2m+n=3$（$0 \leqq m \leqq 1$, $0 \leqq n \leqq 3$）のとき，すなわち，(m,n) が $(0,3)$ か $(1,1)$ の場合であり，対応する事象は互いに排反である。よって，1 周目に D で止まる確率は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 + {}_2\mathrm{C}_1\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{13}{27}$$

1 周目に D で止まるという事象と，次に白玉が出る事象は独立だから，ちょうど 1 周でゴールしない確率は,

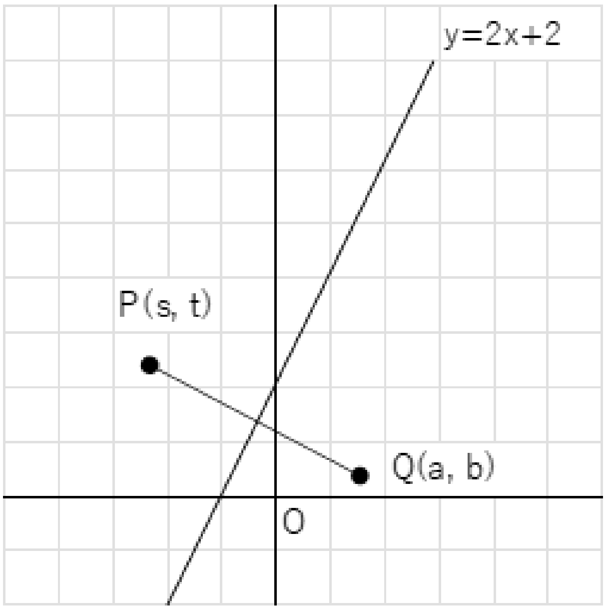
$$\frac{13}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{26}{81}$$

よって，これを 1 から引いて，$\dfrac{55}{81}$ が求める確率である。

(2) 2 周してゴールするのは，A から D まで進み，D から A には止まらずに B に進み，B から A に進む場合である。A から D に進む確率は，上記別解にある通り $\dfrac{13}{27}$ と求まる。次に，D から A には止まらずに B に進むのは，白玉を引いたときなので，確率は $\dfrac{2}{3}$。最後に，B から A に進む確率は，3 区間を進む確率であり，A から D に進む確率と同じであるので，$\dfrac{13}{27}$ となる。これらの事象は独立であるから，求める確率は

$$\frac{13}{27} \times \frac{2}{3} \times \frac{13}{27} = \frac{338}{2187}$$

[**2**]



(**1**) 点 Q の座標を (a,b) とおく。点 P と点 Q が $y=2x+2$ に関して対称であることから，PQ の中点 $\left(\frac{a+s}{2},\frac{b+t}{2}\right)$ は $y=2x+2$ 上にあることがわかる。よって，

$$b+t=2a+2s+4 \tag{1}$$

また，点 P と点 Q が，$y=2x+2$ に関して対称であることから，$y=2x+2$ と直線 PQ は直交する。よって，直線 PQ の傾きは $-\frac{1}{2}$ となり，

$$\frac{b-t}{a-s}=-\frac{1}{2}$$

この式を変形すると，

$$2b-2t=-a+s \tag{2}$$

式 (1) と式 (2) を連立して a と b について解くと，

$$a=\frac{-3s+4t-8}{5},\quad b=\frac{4s+3t+4}{5}$$

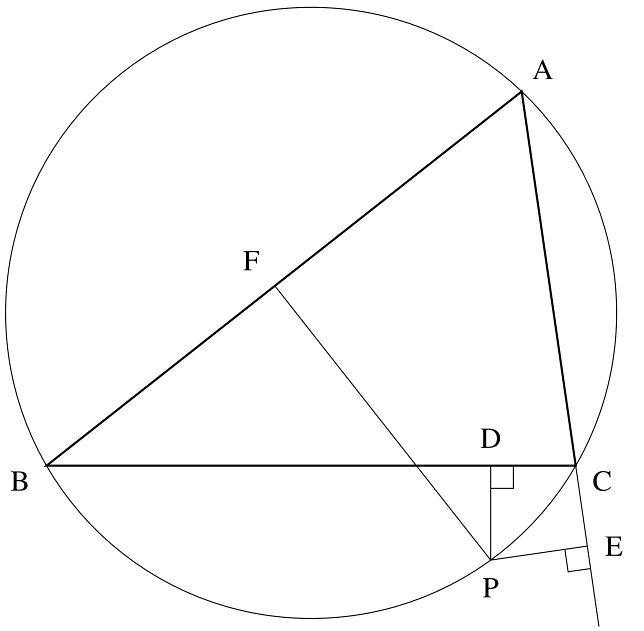
を得るから，点 Q の座標は $\left(\frac{-3s+4t-8}{5},\frac{4s+3t+4}{5}\right)$ である。

(**2**) 点 P が $x+y=0$ 上を動く場合，$t=-s$ となるので，(**1**) より Q の座標は

$$\left(\frac{-7s-8}{5},\frac{s+4}{5}\right)$$

$x=\frac{-7s-8}{5}$ と $y=\frac{s+4}{5}$ から s を消去すれば，点 Q の軌跡は，直線 $x+7y-4=0$ である。

[**3**]



(**1**) $\angle\mathrm{BFP} = \angle\mathrm{BDP} = 90^\circ$ より，円周角の定理の逆から，四角形 FBPD は円に内接する。

(**2**) $\angle\mathrm{AFP} = \angle\mathrm{AEP} = 90^\circ$ より，対角の和が 180° であることから，四角形 FPEA は円に内接する。

(**3**) (**1**) より，$\angle\mathrm{PFD} = \angle\mathrm{PBD} = \angle\mathrm{PBC}$

P は △ABC の外接円上の点だから，円周角の定理より，

$$\angle\mathrm{PBC} = \angle\mathrm{PAC} = \angle\mathrm{PAE}$$

(**2**) より，$\angle\mathrm{PAE} = \angle\mathrm{PFE}$

以上より，$\angle\mathrm{PFD} = \angle\mathrm{PFE}$ となるから，3 点 D, E, F は一直線上にあることが示された。

■

■出題意図

問題番号	出題の意図
1	確率についての基本的な理解を問う問題である。(1)も(2)も、問題文を正確に理解し、場合分けを丁寧にすることにより解答可能な問題である。
2	xy 座標における直線の方程式について基本的な理解を問う問題である。2点の中点の座標や直交する直線の傾きなどを計算できれば解答できる問題である。
3	平面図形における基本的性質である, 円周角の定理や四角形が円に内接するための条件を用いて論証する能力を測る問題である。